

## **Folding Back Mahasiswa dalam Menggambar Grafik Fungsi Rasional pada Kelas Pengantar Aljabar**

**Annafi Awantagusnik<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Pendidikan Matematika, Universitas Al-Qolam Malang, Malang

e-mail: [annafi@alqolam.ac.id](mailto:annafi@alqolam.ac.id)<sup>1</sup>

### **ABSTRAK**

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan *folding back* mahasiswa dalam menggambarkan grafik fungsi rasional. Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif. *Folding back* adalah tindakan kembali ke lapisan pemahaman yang lebih dalam ketika mahasiswa mengalami hambatan. Lapisan pemahaman yang dimaksud adalah lapisan pemahaman berdasarkan Pirie dan Kieren (1994). *Folding back* yang diteliti adalah proses aktivitas, lintasan yang dilalui, bentuk, dan hasil *folding back*. Instrumen yang digunakan adalah soal menggambar grafik fungsi rasional dan pedoman wawancara. Penelitian diawali dengan pengerjaan dua soal grafik fungsi rasional oleh mahasiswa pada mata kuliah pengantar aljabar. Berdasarkan hasil pekerjaan tersebut, peneliti menggolongkan mahasiswa dalam kelompok berdasarkan cara pengerjaan dan kebenaran jawaban. Dari jawaban yang benar, peneliti memilih dua mahasiswa dari masing-masing kelompok, kemudian melakukan wawancara singkat terkait adanya *folding back* atau tidak. Peneliti mendapatkan 4 subjek penelitian yang melakukan *folding back* pada kedua soal yang diberikan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa melakukan *folding back* berupa bekerja pada lapisan yang lebih dalam dengan menggunakan pemahaman yang sudah ada, mengumpulkan lapisan yang lebih dalam, pindah topik dan menyebabkan diskontinuitas. Mahasiswa mempunyai lintasan yang berbeda-beda tetapi selalu kembali ke lapisan *primitive knowing*. Masih ditemukan *folding back* yang tidak efektif dalam menggambarkan grafik fungsi rasional pada soal yang diberikan.

**Kata Kunci:** *folding back*, fungsi rasional, grafik fungsi rasional

### **ABSTRACT**

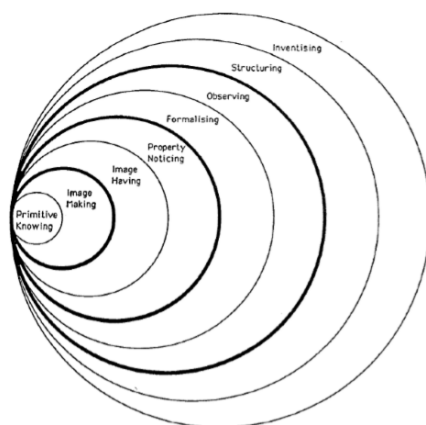
This research aims to describe students' *folding back* in describing rational function graphs. This is descriptive qualitative research. *Folding back* is the act of returning to deeper layer of understanding when students experience obstacles. The layer of understanding is the layer of understanding based on Pirie and Kieren (1994). The *folding back* studied is activity process, the trajectory, the form, and the outcome of the *folding back*. The instruments used were questions about drawing rational function graphs and interview guidelines. The research began with students working on two questions on graphing rational functions in an introductory algebra course. Based on the results of this work, the researcher classified students into groups based on method of work and the correctness of answers. From the correct answers, the researcher selected two students from each group, then conducted short interview regarding whether there was *folding back* or not. The researcher got 4 research subjects who folded back on the two questions given. The research results show that students do *folding back* in the form of working on deeper layers by using existing understanding, collecting deeper layers, moving topics and causing discontinuity. Students have different trajectories but always return to the primitive layer of knowing. It was still found that *folding back* was not effective in describing rational function graphs in the questions given.

**Keywords:** *folding back*, rational function, graphic of rational function

## PENDAHULUAN

Matematika adalah mata pelajaran wajib yang dipelajari pada berbagai jenjang sekolah. Dalam mempelajari matematika dan menyelesaikan masalah matematis, seseorang tidak hanya diminta untuk menghafalkan dan menerapkan rumus saja tetapi juga dituntut untuk memahami konsep yang terlibat di dalamnya. Hal ini menyebabkan pemahaman matematis siswa sangat penting untuk dikembangkan. Skemp (2006) membagi pemahaman matematis menjadi dua jenis yakni pemahaman relasional dan pemahaman instrumental. Pemahaman relasional diartikan sebagai "*knowing what to do and why*" dan pemahaman instrumental diartikan sebagai "*knowing rules without reasons.*" Pemahaman instrumental berkaitan dengan langkah-langkah tanpa mengetahui mengapa langkah tersebut digunakan, sedangkan pemahaman relasional berkaitan dengan mengerti tentang apa yang harus dikerjakan dan alasan dibalik aktivitas yang dilakukan tersebut.

Salah satu teori yang berkaitan dengan lapisan pemahaman seseorang adalah teori yang dikemukakan oleh Pirie & Kieren (1994). Teori Pirie & Kieren (1994) mendeskripsikan pertumbuhan pemahaman matematis yang melalui delapan lingkaran yang saling tersarang dari lapisan pemahaman. Delapan lapisan berbeda dari pemahaman tersebut, antara lain: *primitive knowing (pk)*, *image making (im)*, *image having (ih)*, *property noticing (pn)*, *formalising (f)*, *observing (o)*, *structuring (s)*, dan *inventising (i)*. Lapisan-lapisan itu dapat dilihat pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Model Pemahaman Matematis Pirie & Kieren (1994)

Pirie & Kieren (1989) mendemonstrasikan bahwa hubungan beragam tingkatan pada pemahaman tidak sama dengan tingkatan tertinggi atau terendah dari pemahaman matematis. Contohnya adalah, *primitive knowing* tidak menggambarkan pemahaman matematis yang rendah namun tempat dimulainya pertumbuhan pemahaman matematis (Pirie & Kieren, 1994). Begitu pula dengan lapisan *inventizing* dimana lapisan ini merupakan lapisan terluar dari model pemahaman Pirie & Kieren (1994). Lapisan ini menggambarkan pemahaman yang

terbentuk sudah utuh. Namun, ini bukan berarti bahwa pebelajar pada lapisan ini tidak bisa lagi kembali ke lapisan-lapisan pemahaman sebelumnya (Pirie & Kieren, 1994).

Pirie & Kieren (1994) menjelaskan indikator dari delapan level atau lapisan pemahaman tersebut seperti berikut ini. Lapisan *primitive knowing* merupakan langkah pertama siswa dimana ia memahami suatu pengertian yang belum pernah ia dapatkan, kemudian menggunakan pengetahuan yang ia punya sebelumnya ke lapisan pemahaman selanjutnya melalui kegiatan yang berkaitan dengan atau mewakili definisi tersebut (Pirie & Kieren, 1994). Lapisan *image making* adalah lapisan yang berkaitan dengan siswa yang membangun pemahaman dari pengetahuan yang ia punya sebelumnya dan memanfaatkannya untuk membentuk pengetahuan baru (Pirie dan Kieren, 1994). Lapisan pemahaman *image having* adalah lapisan dimana seseorang sudah mempunyai gambaran tentang topik yang dibahas kemudian mengonstruksi gambaran mental terkait topik tersebut tanpa harus mengerjakan contoh-contoh yang berkaitan terlebih dahulu (Manu, 2005; Pirie & Kieren, 1994). Lapisan *property noticing* merupakan lapisan dimana siswa dapat menggabungkan beragam aspek dari suatu topik untuk membentuk sifat khusus dari topik tersebut (Pirie & Kieren, 1994). Lapisan *formalizing* adalah lapisan dimana siswa membuat abstraksi suatu konsep matematika berdasarkan sifat-sifat yang muncul (Pirie & Kieren, 1994). Lapisan *observing* adalah lapisan dimana siswa menggabungkan aktivitas formal di level *formalizing* kemudian dapat memanfaatkannya pada permasalahan terkait (Pirie & Kieren, 1994), siswa juga dapat mengoneksikan pemahaman konsep matematis yang ia miliki dengan struktur pengetahuan baru (Parameswaran, 2010). Lapisan *structuring* adalah lapisan dimana siswa dapat mengoneksikan hubungan antara suatu teorema dengan yang lain dan dapat membuktikannya secara logis (Pirie & Kieren, 1994). Siswa juga dapat membuktikan hubungan antara teorema yang satu dengan lainnya secara aksiomatik (Pirie & Kieren, 1994). Lapisan *inventising* adalah lapisan dimana siswa mempunyai pemahaman terstruktur dan dapat menghasilkan pertanyaan baru yang dapat berkembang menjadi konsep baru (Pirie & Kieren, 1994).

Kunci utama dari teori pemahaman Pirie dan Kieren salah satunya adalah *folding back* (Susiswo, 2014). *Folding back* merupakan pusat dari pertumbuhan pemahaman matematik dari pemahaman matematis yang mengungkapkan sifat dasar yang tidak diarahkan terkait dengan datangnya pemahaman matematika (Pirie & Kieren, 1994). Hal ini terjadi ketika siswa berhadapan dengan suatu masalah atau pertanyaan yang tidak mempunyai solusi langsung. Dengan kata lain, siswa membutuhkan untuk kembali kepada lapisan yang lebih dalam untuk memperluas pemahaman mereka yang mungkin tidak mencukupi pada suatu situasi (Pirie & Kieren, 1994). Hal yang terjadi ketika seseorang melakukan *folding back* antara lain adalah membawa situasi yang baru pada pemahaman awal, dan menginformasikan pemikiran baru

mereka (Martin et al., 2005; Slaten, 2011). Jadi, *folding back* merupakan tindakan kembali ke lapisan pemahaman yang lebih dalam ketika seseorang menghadapi kesulitan atau hambatan. Aktivitas ini penting karena selain untuk memperluas pemahaman, ini juga bisa digunakan untuk menyelesaikan masalah. Martin (2008) mengelaborasi istilah *folding back* dengan menyediakan tiga elemen kunci yaitu sumber (*source*), bentuk (*form*), dan hasil (*outcome*). Sumber diartikan sebagai intervensi yang menyebabkan siswa melakukan *folding back*. Intervensi tersebut dapat diketahui oleh guru, siswa lain, bahan ajar atau siswa itu sendiri. Martin (2008) kemudian membagi sumber menjadi dua subkategori, yaitu intervensi yang disengaja (*intentional intervention*) dan intervensi yang tidak disengaja (*unintentional intervention*). Bentuk (*form*) terkait dengan tindakan dimana siswa terlibat sebagai hasil dari sumber intervensi. Pada elemen ini, Martin (2008) mengidentifikasi empat subkategori yang berbeda: bekerja pada lapisan yang lebih dalam menggunakan pemahaman yang sudah ada, mengumpulkan lapisan yang lebih dalam, pindah/ keluar topik dan bekerja pada topik tersebut, dan menyebabkan diskontinuitas. Hasil (*outcome*) merupakan elemen yang melibatkan apa yang terjadi setelah siswa telah kembali ke lapisan sebelumnya. Hasil dapat menjadi efektif maupun tidak. *Folding back* menjadi efektif ketika siswa dapat menggunakan perluasan pemahaman mereka untuk menghadapi hambatan ketika kembali ke masalah awal. *Folding back* tidak efektif adalah ketika seseorang tidak dapat menerapkan perluasan pemahaman mereka di masalah awal. Pada penelitian ini, *folding back* yang dimaksud adalah *folding back* yang fokus pada bentuk, hasil, dan lapisan pemahaman yang dilalui. Siswa dapat melakukan *folding back* dengan memahami beragam representasi dan menguatkan pemahaman matematis mereka dengan merevisi dan menata ulang pemahaman mereka sebelumnya (Gülkılıka et al., 2015). Siswa yang mempunyai prestasi akademik yang rendah juga dapat mengonstruksi konsep dengan *folding back* yang konstan (Şengül et al., 2016).

Salah satu topik matematika yang membutuhkan pemahaman adalah fungsi rasional. Materi ini disampaikan pada jenjang sekolah menengah atas dan juga di awal perkuliahan. Salah satu submateri dari materi ini adalah menggambar grafik fungsi rasional. Berdasarkan pengalaman peneliti ketika mengajar mahasiswa semester satu, peneliti menemukan bahwa masih banyak mahasiswa yang mengalami hambatan dan kesulitan ketika menggambar grafik fungsi rasional. Hal ini menandakan bahwa untuk menyelesaikan soal menggambar grafik, pasti terdapat aktivitas *folding back* yang dilakukan.

Berdasarkan hal yang telah disampaikan di atas, penting untuk dilakukan penelitian terkait *folding back* mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi rasional. Hal ini bertujuan untuk mendeskripsikan bagaimana bentuk dan hasil *folding back* dan juga lapisan pemahaman apa saja yang dilalui ketika melakukan aktivitas tersebut.

## METODE

Penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif dimana peneliti mendeskripsikan *folding back* mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi rasional. Subjek penelitian dalam penelitian ini adalah mahasiswa semester 1 yang diambil dari 35 mahasiswa dalam satu kelas yang sedang mengampu mata kuliah pengantar aljabar.

Instrumen yang digunakan adalah lembar menggambar grafik fungsi rasional yang terdiri dari dua soal, dan lembar pedoman wawancara. Soal yang diberikan adalah sebagai berikut

Sketsalah grafik fungsi di bawah ini. Tuliskan pula langkah-langkah Anda untuk menggambarannya

1.  $f(x) = \frac{1}{x-5}$
2.  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

Soal 1 dan 2 merupakan fungsi rasional yang keduanya mempunyai asimtot horizontal dan vertikal, hanya saja untuk soal yang kedua merupakan modifikasi dimana terdapat *hole* pada grafiknya. Dua soal ini diberikan sebelum materi fungsi rasional diberikan dan sehari sebelum pemberian soal dilakukan, mahasiswa diminta mempelajari pula materi tersebut secara mandiri. Setelah mengerjakan soal, mahasiswa digolongkan berdasarkan langkah penyelesaian dan kebenaran jawabannya. Kemudian, mahasiswa diwawancarai untuk melakukan verifikasi dan juga melacak apakah mahasiswa tersebut melakukan aktivitas *folding back* atau tidak dalam mengerjakan soal.

Peneliti melakukan analisis data menurut Miles & Huberman (1992) yaitu yang terdiri dari *data reduction*, *data display*, dan *conclusion drawing/ verification*. *Data reduction* berkaitan dengan proses pemilihan, pemfokusan, penyederhanaan, abstraksi, dan perubahan data dalam catatan atau transkrip lapangan (Miles & Huberman, 1992). Setelah mendapatkan data yang berupa hasil tes tulis soal menggambar grafik fungsi rasional, peneliti akan mereduksi data dengan mengambil subjek penelitian sesuai dengan kriteria yang sudah ditetapkan yakni yang mengalami *folding back* yakni didasarkan pada wawancara singkat. Kemudian, peneliti akan melakukan wawancara lebih dalam terkait hasil pekerjaan mahasiswa yang sudah terpilih untuk verifikasi hasil pekerjaan dan menggali informasi lebih dalam terkait langkah penyelesaian permasalahan dan aktivitas *folding back* yang dilakukan. Analisis data yang kedua adalah *data display*, langkah ini secara umum adalah pengorganisasian, penggabungan informasi yang bisa mengarah pada penarikan kesimpulan (Miles & Huberman, 1992). Pada langkah ini, peneliti secara spesifik dan jelas

sudah menyajikan data yang diperoleh. Berdasarkan hasil wawancara yang telah diperoleh dan juga berdasarkan hasil pekerjaan tertulis mahasiswa, peneliti menyajikan *folding back* mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi rasional dalam bentuk deskripsi. Langkah terakhir adalah *conclusion drawing/verification*. Langkah ini merupakan langkah dimana peneliti melakukan penarikan kesimpulan berdasarkan data yang sudah disajikan secara spesifik.

Subjek dipilih berdasarkan kriteria. Kriteria yang harus dipenuhi oleh calon subjek agar menjadi subjek adalah ditemukannya aktivitas *folding back*. Pertama-tama peneliti mengategorikan mahasiswa dalam kelompok berdasarkan hasil jawaban tertulis mereka. Dua mahasiswa dari masing-masing kelompok diwawancarai untuk melihat apakah mereka melakukan aktivitas *folding back* atau tidak. Mahasiswa yang melakukan *folding back* akan menjadi subjek penelitian dan akan diwawancarai lebih dalam untuk mengetahui aktivitas *folding back* yang mereka lakukan.

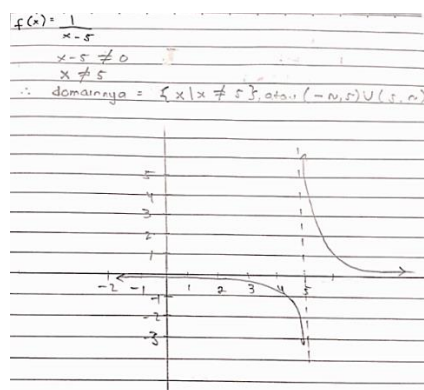
## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil

Hasil pekerjaan mahasiswa mengenai 2 soal menggambar grafik fungsi rasional digolongkan dalam 3 kelompok berdasarkan cara pengerjaannya. Dari masing-masing kelompok tersebut, peneliti memilih 2 subjek untuk diwawancarai untuk melacak apakah terjadi aktivitas *folding back* atau tidak. Dari 6 mahasiswa tersebut diperoleh empat mahasiswa yang melakukan *folding back*. Berikut akan dipaparkan deskripsi aktivitas *folding back* yang dilakukan masing-masing subjek saat menggambar grafik fungsi rasional

#### **Subjek 1 (S1)**

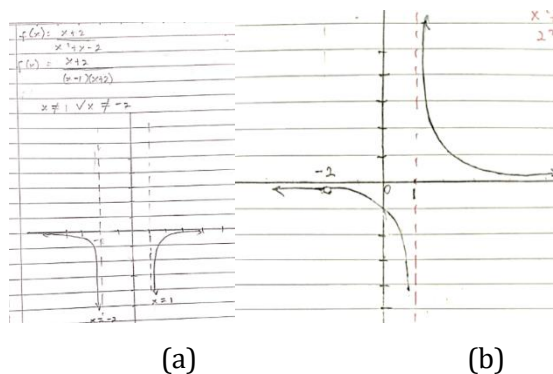
S1 melakukan aktivitas *folding back* pada soal nomor 1 dan 2. Gambar 2 merupakan hasil pekerjaan S1 pada soal nomor 1.



**Gambar 2.** Hasil Pekerjaan S1 Soal Nomor 1

Gambar 2 menunjukkan bahwa S1 menggambarkan grafik fungsi rasional dengan menentukan domainnya terlebih dahulu baru kemudian menggambarkan grafiknya. Berdasarkan wawancara yang sudah dilakukan, setelah S1 tahu bahwa itu adalah fungsi rasional, S1 menentukan domainnya dengan mengingat bahwa penyebutnya tidak boleh sama dengan nol. Kemudian ia menemukan bahwa  $x = 5$  yang menyebabkan penyebutnya sama dengan nol, sehingga domainnya adalah bilangan real kecuali 5. Karena S1 sudah mengetahui bahwa soal tersebut merupakan fungsi rasional berdasarkan bentuknya, maka ia berada pada lapisan *image having*. S1 melakukan *folding back* ke lapisan *primitive knowing* untuk mengingat bahwa fungsi rasional, penyebutnya tidak boleh polinom nol, sehingga ia bisa menemukan domainnya dan mencapai lapisan *property noticing*. Setelah menentukan domainnya, S1 kembali ke *primitive knowing* dengan menggunakan pemahamannya mengenai asimtot vertikal dan horizontal dan menemukan bahwa asimtot vertikal dan horizontalnya berturut-turut adalah  $x = 5$  dan  $y = 0$ . S1 mencoba melakukan substitusi beberapa titik di kanan dan kiri asimtot vertikal sehingga ia memperoleh gambar seperti di Gambar 1, ketika nilai  $x$  mendekati 5 dari kanan akan semakin menuju tak hingga dan ketika nilai  $x$  mendekati 5 dari kiri akan menuju negatif tak hingga. Hal ini menunjukkan ia mencapai lapisan pemahaman *image having* melalui *image making*. S1 juga mengingat bahwa grafik juga tidak akan memotong sumbu  $x$  atau garis  $y = 0$  karena  $y = 0$  merupakan asimtot horizontalnya tanpa melakukan substitusi lagi. Hal ini menunjukkan bahwa S1 mencapai lapisan *image having*. Berdasarkan aktivitas itu, S1 bisa menyelesaikan permasalahan dan mencapai lapisan pemahaman *observing*. Bentuk *folding back* yang dilakukan S1 untuk menyelesaikan soal nomor 1 adalah bekerja pada lapisan yang lebih dengan menggunakan pemahaman yang sudah ada dan mengumpulkan lapisan yang lebih dalam. Hal ini ditandai dengan S1 yang kembali ke lapisan yang lebih dalam untuk menggunakan pengetahuan yang sudah ia pahami sebelumnya kemudian mengembangkannya sehingga mampu menyelesaikan masalah yang ia hadapi. Hasil *folding back* yang S1 lakukan pada soal nomor 1 adalah semuanya merupakan *folding back* efektif.

Pekerjaan S1 pada soal nomor 2 digambarkan pada Gambar 3 berikut ini.

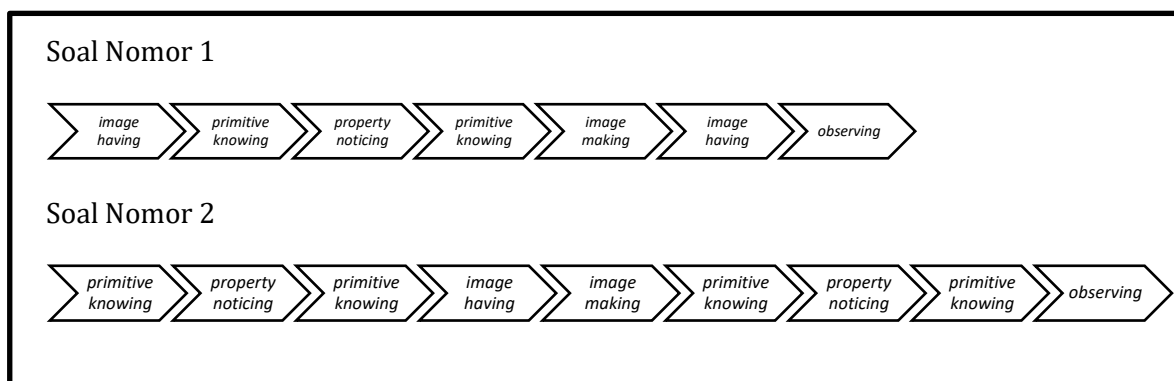


Gambar 3. Hasil Pekerjaan S1 Soal Nomor 2

Berdasarkan Gambar 3, S1 mengubah gambar grafiknya dari (a) ke (b). Pada Gambar 3(a), sama seperti langkah soal 1, ia mencari domainnya terlebih dahulu. S1 melakukan *folding back* ke lapisan *primitive knowing* untuk mengingat bahwa fungsi rasional, penyebutnya tidak boleh polinom nol, sehingga ia bisa menemukan domainnya dan mencapai lapisan *property noticing*. Setelah menemukan domain, S1 kembali ke *primitive knowing* dengan menggunakan pemahamannya mengenai asimtot vertikal, bahwa yang menjadi pembuat nol pembilang merupakan asimtot vertikal dan juga mengingat asimtot horizontal. Kemudian ia menggambarannya seperti pada Gambar 3(a) berdasarkan substitusi titik yang kurang tepat sehingga ia berada di lapisan *image having*. Setelah mendapatkan grafik seperti Gambar 3(a), S1 sedikit bingung, kemudian mengecek nilai fungsi diantara asimtot dan menemukan nilainya, ini menandakan ia kembali ke *image making*. Berdasarkan wawancara, kemudian S2 mensubstitusikan  $x = -2$  ke dalam fungsi dan memperoleh bahwa nilai fungsinya  $0/0$  dan merupakan bentuk tak tentu. Ia kembali ke lapisan *primitive knowing*, dan mengingat bahwa asimtot vertikal merupakan pembuat nol dari penyebut yang bukan pembuat nol dari pembilang, sehingga ia menyimpulkan bahwa nomor 2 hanya mempunyai satu asimtot vertikal dan horizontal yang berturut-turut adalah  $x = 1$  dan  $y = 0$  sehingga ia mencapai lapisan pemahaman *property noticing*. Akhirnya, S1 menyederhanakan fungsinya dengan memakai domain yang sama dengan fungsi yang belum disederhanakan dan memperoleh grafik pada Gambar 3(b), dimana karena  $x = -2$  bukan merupakan domain namun juga bukan asimtot vertikal, maka ia menggambar *hole*-nya berdasarkan apa yang ia ingat dari buku (kembali ke lapisan *primitive knowing*). Akhirnya S1 mampu mengerjakan soal nomor 2 dengan benar dan mencapai lapisan *observing*. Dalam mengerjakan soal nomor 2 ini, S2 melakukan bentuk *folding back* adalah bekerja pada lapisan yang lebih dengan menggunakan pemahaman yang sudah ada, mengumpulkan lapisan yang lebih dalam, dan menyebabkan diskontinuitas. Hal ini ditandai dengan S1 yang kembali ke lapisan yang lebih dalam untuk menggunakan pengetahuan yang sudah ia pahami sebelumnya kemudian mengembangkannya sehingga mampu menyelesaikan masalah yang ia hadapi namun di tengah ia juga mengalami kebingungan atau diskontinuitas sehingga ia harus merubah alur berpikirnya. Hasil *folding back* yang S1 lakukan pada soal nomor 2 adalah *folding back* efektif dan tidak efektif. Tidak efektifnya terjadi karena ada aktivitas *folding back* yang ternyata tidak dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan terkait, sehingga tidak memperluas pemahamannya.

Gambar 4 berikut ini menggambarkan bagaimana lintasan *folding back* yang dilalui untuk menyelesaikan soal nomor 1 dan 2.

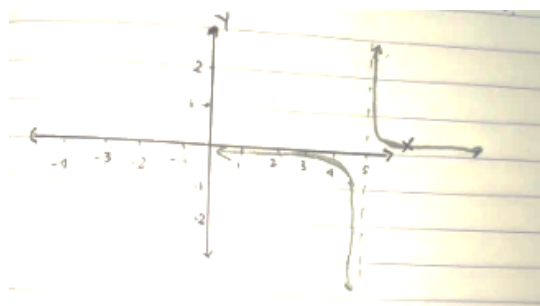




**Gambar 4.** Lintasan *Folding Back* yang Dilalui S1

**Subjek 2 (S2)**

S2 melakukan aktivitas *folding back* pada soal nomor 1 dan 2. Gambar 5 merupakan hasil pekerjaan S2 pada soal nomor 1.

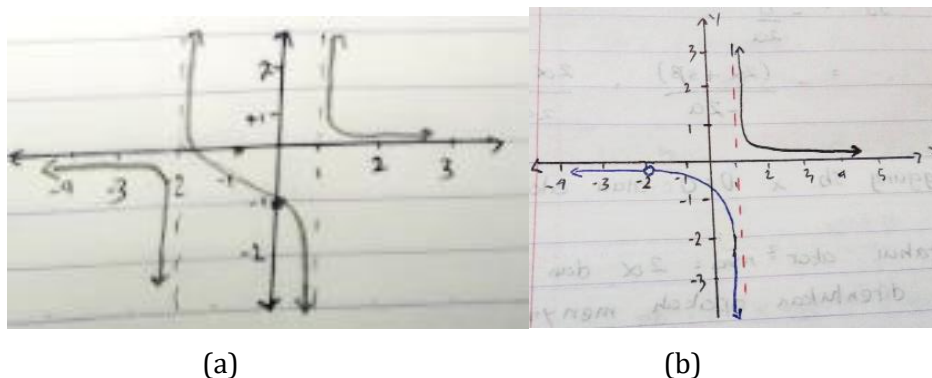


**Gambar 5.** Hasil Pekerjaan S2 Soal Nomor 1

Gambar 5 menunjukkan bahwa S2 menggambarkan grafik fungsi rasional dengan tepat. S2 menentukan domainnya terlebih dahulu baru kemudian menggambarkan grafiknya. Berdasarkan wawancara yang sudah dilakukan, S2 menentukan domainnya dengan mengingat bahwa penyebutnya tidak boleh sama dengan nol agar fungsi terdefinisi dan menjadi fungsi rasional. Kemudian ia menemukan bahwa  $x = 5$  yang menyebabkan penyebutnya sama dengan nol, sehingga domainnya adalah  $(-\infty, 5) \cup (5, \infty)$ . Karena S2 sudah mengetahui bahwa soal tersebut merupakan fungsi rasional berdasarkan bentuknya, maka ia berada pada lapisan *image having*. S2 melakukan *folding back* ke lapisan *primitive knowing* untuk mengingat bahwa fungsi rasional, penyebutnya tidak boleh polinom nol, sehingga ia bisa menemukan domainnya dan mencapai lapisan *property noticing*. Setelah menentukan domainnya, S2 menggambarkan garis putus-putus  $x = 5$  karena pada garis itu fungsi tidak terdefinisi dan bukan fungsi rasional. S2 mencoba substitusi beberapa titik di kanan dan kiri 5 untuk membentuk gambaran grafik (berada di lapisan *image making*). Kemudian, S2 juga menyimpulkan karena pembilang dari fungsi merupakan bilangan positif, maka fungsi tidak mungkin sama dengan 0 berdasarkan pengetahuan *primitive knowing*-nya. Berdasarkan substitusi dan penyimpulan nilai fungsi itu, maka S2 mampu menggambarkan grafik seperti pada Gambar 4. Hal ini menunjukkan ia mencapai lapisan pemahaman *observing*. Bentuk *folding back* yang dilakukan S2 untuk menyelesaikan soal nomor 1 adalah bekerja pada lapisan yang lebih dengan

menggunakan pemahaman yang sudah ada dan mengumpulkan lapisan yang lebih dalam. Hal ini ditandai dengan S2 yang kembali ke lapisan yang lebih dalam untuk menggunakan pengetahuan yang sudah ia pahami sebelumnya kemudian mengembangkannya sehingga mampu menyelesaikan masalah yang ia hadapi. Hasil *folding back* yang S2 lakukan pada soal nomor 1 adalah semuanya merupakan *folding back* efektif.

Pekerjaan S2 pada soal nomor 2 digambarkan pada Gambar 6 berikut ini.

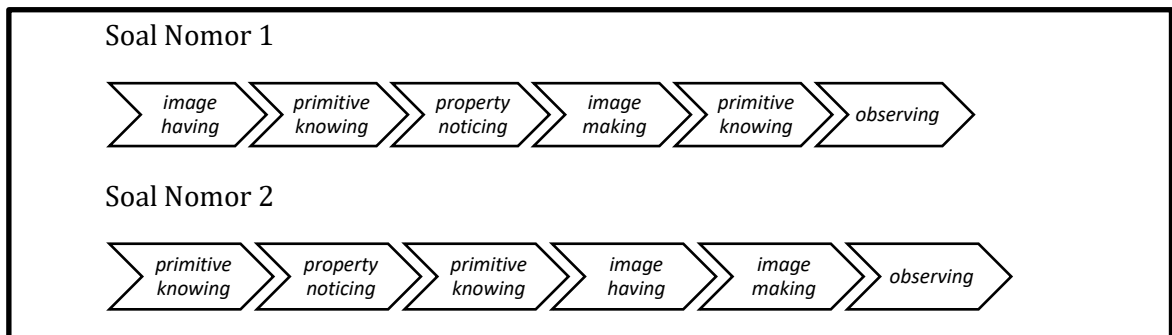


**Gambar 6.** Hasil Pekerjaan S2 Soal Nomor 2

Berdasarkan Gambar 6, S2 mengubah gambar grafiknya dari (a) ke (b). Pada Gambar 6(a), sama seperti langkah soal 1, ia mencari domainnya terlebih dahulu. S2 melakukan *folding back* ke lapisan *primitive knowing* untuk mengingat bahwa fungsi rasional, penyebutnya tidak polinom nol, sehingga ia bisa menemukan domainnya dan mencapai lapisan *property noticing*. S2 kembali ke *primitive knowing* dengan menggunakan pemahamannya mengenai asimtot vertikal, bahwa yang menjadi pembuat nol pembilang merupakan asimtot vertikal dan juga mengingat asimtot horizontal. Kemudian ia menggambarkannya seperti pada Gambar 6(a) berdasarkan substitusi titik yang kurang tepat sehingga ia berada di lapisan *image having*. Setelah mendapatkan grafik seperti Gambar 6(a), S2 sedikit bingung, kemudian mengecek nilai fungsi ketika  $x$  berada di sekitar  $-2$ , ini menandakan ia kembali ke *image making*. Berdasarkan wawancara, kemudian S2 mensubstitusikan beberapa nilai  $x$  di sekitar  $-2$  ke dalam fungsi dan memperoleh bahwa nilai fungsinya mendekati 0 secara keseluruhan. Namun ia tahu bahwa  $-2$  tidak masuk domainnya, sehingga ia membuat lubang seperti pada Gambar 6(b). Akhirnya S2 mampu mengerjakan soal nomor 2 dengan benar dan mencapai lapisan *observing*. Dalam mengerjakan soal nomor 2 ini, S2 melakukan bentuk *folding back* adalah bekerja pada lapisan yang lebih dengan menggunakan pemahaman yang sudah ada, mengumpulkan lapisan yang lebih dalam, dan menyebabkan diskontinuitas. Hal ini ditandai dengan S2 yang kembali ke lapisan yang lebih dalam untuk menggunakan pengetahuan yang sudah ia pahami sebelumnya kemudian mengembangkannya sehingga mampu menyelesaikan masalah yang ia hadapi namun di tengah ia juga mengalami kebingungan karena menganggap jawabannya kurang tepat atau diskontinuitas sehingga ia harus merubah alur berpikirnya. Hasil *folding back* yang S2 lakukan pada soal nomor 2 adalah *folding back* efektif dan tidak efektif. Tidak efektifnya

terjadi karena ada aktivitas *folding back* yang ternyata tidak dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan terkait.

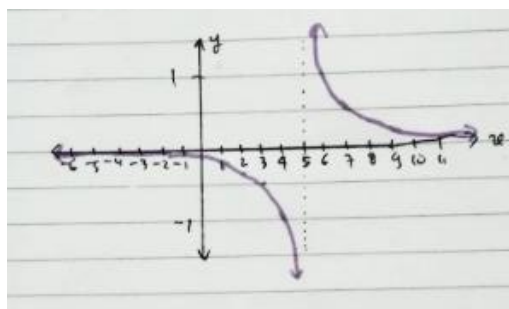
Gambar 7 berikut ini menggambarkan bagaimana alur *folding back* yang dilalui untuk menyelesaikan soal nomor 1 dan 2.



Gambar 7. Lintasan *Folding Back* yang Dilalui S2

### Subjek 3 (S3)

S3 melakukan aktivitas *folding back* pada soal nomor 1 dan 2. Gambar 8 merupakan hasil pekerjaan S3 pada soal nomor 1.

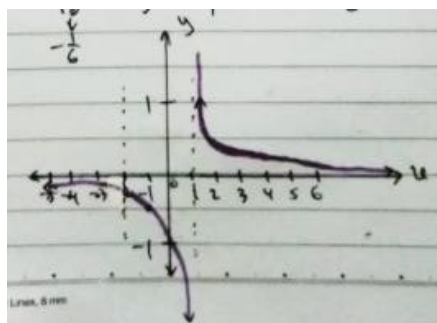


Gambar 8. Hasil Pekerjaan S3 Soal Nomor 1

Gambar 8 menunjukkan bahwa S3 menggambarkan grafik fungsi rasional dengan benar. S3 menentukan domainnya terlebih dahulu baru kemudian menggambarkan grafiknya. Berdasarkan wawancara yang sudah dilakukan, S3 menentukan domainnya dengan mengingat bahwa penyebutnya tidak boleh sama dengan nol agar fungsi terdefinisi dan menjadi fungsi rasional. Kemudian ia menemukan bahwa  $x = 5$  yang menyebabkan penyebutnya sama dengan nol, sehingga domainnya adalah  $(-\infty, 5) \cup (5, \infty)$ . S3 menggunakan pengetahuan pada *primitive knowing* untuk mengingat bahwa fungsi rasional, penyebutnya tidak boleh polinom nol, sehingga ia bisa menemukan domainnya dan mencapai lapisan *property noticing*. Setelah menentukan domainnya, S3 bisa mendapatkan asimtot vertikalnya yaitu garis  $x = 5$ , mengacu pada pemahaman mengenai cara mencari asimtot pada lapisan *primitive knowing*. S3 mencoba substitusi beberapa titik di kanan dan kiri 5 untuk membentuk gambaran grafik yang menandakan ia berada di lapisan *image making*. Kemudian, S3 menemukan bahwa grafik akan mendekati menuju negatif tak hingga ketika  $x$  mendekati 5 dari kiri dan menuju tak hingga ketika  $x$  mendekati 5 dari kanan (mencapai lapisan *image having*). Berdasarkan substitusi beberapa nilai  $x$  ini, S3 mendapatkan nilai  $y$  yang tidak pernah nol, namun ia masih ragu

apakah benar grafik tidak pernah memotong sumbu  $x$ . Kemudian ia mencari nilai  $x$  yang menyebabkan  $y = 0$ , namun ternyata memang fungsi tidak akan pernah sama dengan 0 namun hanya akan mendekati sumbu  $x$  ketika  $x$  semakin besar atau semakin kecil pada bagian kanan maupun kiri asimtot vertikal  $x = 5$ . Berdasarkan hal ini, S3 sudah mampu mencapai lapisan *property noticing*. Berdasarkan aktivitas ini, S3 mampu menggambarkan dengan tepat grafik fungsi rasional tersebut sehingga ia mampu mencapai lapisan pemahaman *observing*. Bentuk *folding back* yang dilakukan S3 untuk menyelesaikan soal nomor 1 adalah bekerja pada lapisan yang lebih dengan menggunakan pemahaman yang sudah ada dan mengumpulkan lapisan yang lebih dalam. Hal ini ditandai dengan S3 yang kembali ke lapisan yang lebih dalam untuk menggunakan pengetahuan yang sudah ia pahami sebelumnya kemudian mengembangkannya sehingga mampu menyelesaikan masalah yang ia hadapi. Hasil *folding back* yang S3 lakukan pada soal nomor 1 adalah semuanya merupakan *folding back* efektif.

Pekerjaan S3 pada soal nomor 2 digambarkan pada Gambar 9 berikut ini.

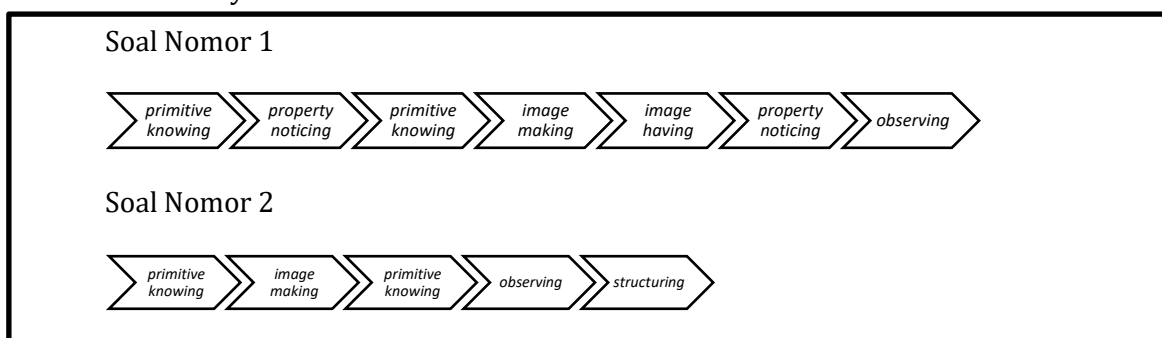


**Gambar 9.** Hasil Pekerjaan S3 Soal Nomor 2

Gambar 9 menunjukkan bahwa S3 menggambarkan grafiknya dengan tepat, namun ia menggambarkan 2 garis putus-putus yaitu di  $x = 1$  dan  $x = -2$ . Berdasarkan wawancara dengan S3, langkah awal yang ia lakukan adalah menentukan domain fungsi dengan mengingat definisi fungsi rasional pada lapisan pemahaman *primitive knowing* dimana penyebutnya tidak boleh nol. Setelah itu, S3 mengetahui bahwa penyebut dan pembilang mempunyai faktor yang sama. S3 mengalami kebingungan, apakah harus menyederhanakan fungsinya terlebih dahulu untuk mengetahui asimtotnya atau tetap. Kemudian, S3 memutuskan bahwa fungsi tidak disederhanakan, sehingga ia menggambarkan dua asimtot vertikal yaitu  $x = 1$  dan  $x = -2$  dan menemukan asimtot horizontalnya  $y = 0$ . Kemudian S3 mencapai lapisan *image making* dengan mencari nilai-nilai fungsi ketika  $x$  lebih kecil dari  $-2$ , antara  $-2$  dan  $1$ , dan lebih besar dari  $1$ . Ia mendapatkan nilai yang mempunyai karakteristik nilai fungsi yang sama dengan fungsi rasional yang mempunyai asimtot vertikal untuk asimtot vertikal  $x = 1$ , namun untuk di  $x = -2$  tidak demikian. S3 menghitung nilai fungsi ketika  $x$  mendekati  $-2$  dari kiri dan kanan, namun ia tidak menemukan karakteristik yang sama dengan contoh-contoh grafik fungsi rasional biasanya (kembali ke lapisan *primitive knowing*) karena di soal ini nilai fungsi tidak menuju tak hingga atau negatif tak hingga ketika mendekati  $x = -2$  dari kiri dan kanan.

Pada langkah ini, S3 mencoba substitusi lagi dan menyimpulkan bahwa, grafik menyambung, namun berlubang saat  $x = -2$ , sehingga ia menyimpulkan bahwa grafik akan sama dengan grafik fungsi ketika sudah disederhanakan namun domain tetap sama dengan fungsi sebelum disederhanakan. Hal ini menandakan bahwa S3 tidak hanya mampu mencapai lapisan pemahaman *observing*, tetapi juga lapisan *structuring*. Dalam mengerjakan soal nomor 2 ini, S3 melakukan bentuk *folding back* adalah bekerja pada lapisan yang lebih dengan menggunakan pemahaman yang sudah ada, mengumpulkan lapisan yang lebih dalam, dan pindah topik. Hal ini ditandai dengan S3 yang kembali ke lapisan yang lebih dalam untuk menggunakan pengetahuan yang sudah ia pahami sebelumnya kemudian mengembangkannya sehingga mampu menyelesaikan masalah yang ia hadapi namun di tengah ia juga mengalami kebingungan sehingga mengingat dan merujuk grafik fungsi rasional lain. Hasil *folding back* yang S3 lakukan pada soal nomor 2 adalah *folding back* efektif.

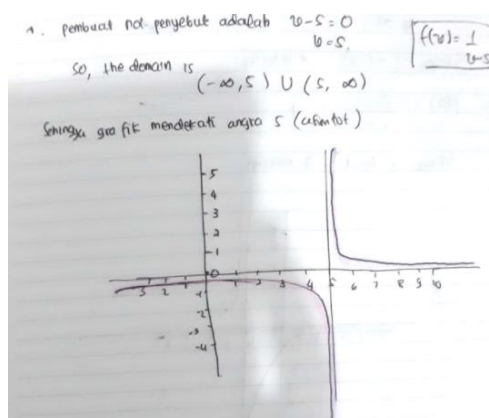
Gambar 10 berikut ini menggambarkan bagaimana alur *folding back* yang dilalui untuk menyelesaikan soal nomor 1 dan 2.



Gambar 10. Lintasan *Folding Back* yang Dilalui S3

**Subjek 4 (S4)**

S4 melakukan aktivitas *folding back* pada soal nomor 1 dan 2. Gambar 11 merupakan hasil pekerjaan S4 pada soal nomor 1.

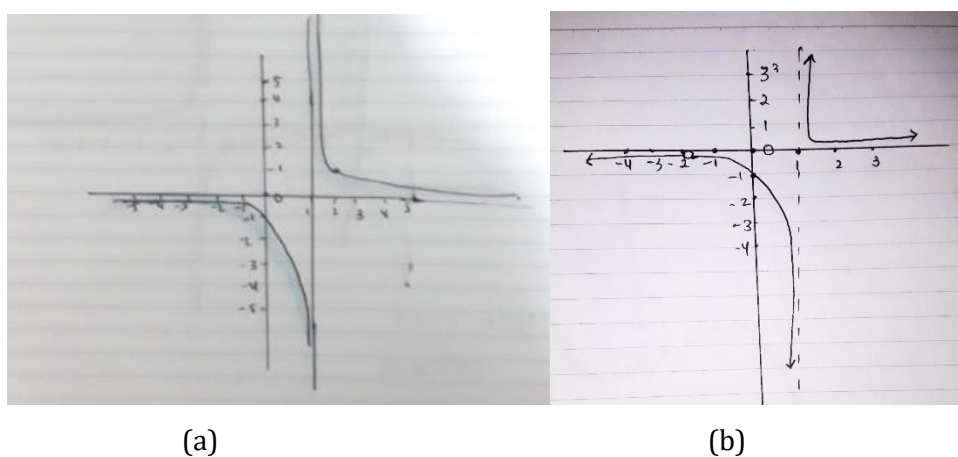


Gambar 11. Hasil Pekerjaan S4 Soal Nomor 1

Gambar 11 menunjukkan bahwa S4 menggambarkan grafik fungsi rasional dengan kesalahan representasi asimtot yang digambarkan dengan garis yang bukan putus-putus

namun mampu membenarkan ketika wawancara. S4 mencari pembuat nol dari penyebut terlebih dahulu untuk menentukan domainnya baru kemudian menggambar grafiknya. Berdasarkan wawancara yang sudah dilakukan, S4 menentukan domainnya dengan mengingat bahwa penyebutnya tidak boleh sama dengan nol agar fungsi terdefinisi dan menjadi fungsi rasional. Kemudian ia menemukan bahwa  $x = 5$  yang menyebabkan penyebutnya sama dengan nol, sehingga domainnya adalah  $(-\infty, 5) \cup (5, \infty)$ . S4 menggunakan pengetahuan pada *primitive knowing* untuk mengingat bahwa fungsi rasional, penyebutnya tidak boleh polinom nol, sehingga ia bisa menemukan domainnya dan mencapai lapisan *property noticing*. Setelah menentukan domainnya, S4 bisa mendapatkan asimtot vertikalnya yaitu garis  $x = 5$ , mengacu pada pemahaman mengenai cara mencari asimtot pada lapisan *primitive knowing*. Berdasarkan wawancara, S4 mengerjakan soal ini dengan merujuk bentuk grafik fungsi yang ia ingat yakni fungsi  $f(x) = 1/x$ , hal ini mengindikasikan bahwa S4 sudah mencapai lapisan *image having*. Berdasarkan grafik yang ia sudah pahami tersebut, dan asimtot  $x = 5$ , S4 langsung bisa menggambar grafik dengan benar sehingga ia mencapai lapisan *observing*. Bentuk *folding back* yang dilakukan S4 untuk menyelesaikan soal nomor 1 adalah bekerja pada lapisan yang lebih dengan menggunakan pemahaman yang sudah ada dan mengumpulkan lapisan yang lebih dalam. Hal ini ditandai dengan S4 yang kembali ke lapisan yang lebih dalam untuk menggunakan pengetahuan yang sudah ia pahami sebelumnya kemudian menggunakannya pada permasalahan sehingga mampu menyelesaikan masalah yang ia hadapi. Hasil *folding back* yang S4 lakukan pada soal nomor 1 adalah *folding back* efektif.

Pekerjaan S4 pada soal nomor 2 digambarkan pada Gambar 12 berikut ini.

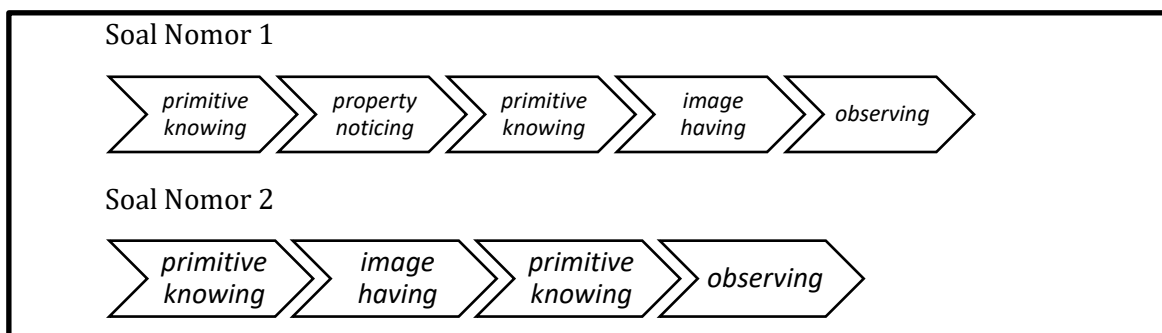


**Gambar 12.** Hasil Pekerjaan S4 Soal Nomor 2

Gambar 12 menunjukkan bahwa S3 menggambar grafiknya dengan kurang tepat pada (a), namun kemudian membenarkannya di (b). Berdasarkan wawancara dengan S4, langkah awal sama seperti nomor satu, yang ia lakukan adalah menentukan domain fungsi dengan mengingat definisi fungsi rasional pada lapisan pemahaman *primitive knowing* dimana penyebutnya tidak boleh nol. Ia menemukan bahwa domainnya adalah semua bilangan real

kecuali -2 dan 1. Setelah itu, S4 mencari pembuat nol dari pembilang, dan menemukan bahwa  $x = -2$  merupakan pembuat nol pembilang dan juga pembuat nol penyebut. S4 mengalami kebingungan, apakah harus menyederhanakan fungsinya terlebih dahulu untuk mengetahui asimtotnya atau tetap. Kemudian, S4 memutuskan bahwa fungsi disederhanakan, dan merujuk gambar grafik dari soal nomor satu, sehingga menghasilkan Gambar 11(a) ia berada di *image having*. Namun, ia ingat bahwa  $x = -2$  bukan merupakan domain fungsinya, berdasarkan pemahamannya di lapisan *primitive knowing*, grafiknya akan berlubang sehingga ia membuat lubang pada grafiknya di  $x = -2$  sehingga mencapai lapisan *observing*. Dalam mengerjakan soal nomor 2 ini, S4 melakukan bentuk *folding back* adalah bekerja pada lapisan yang lebih dengan menggunakan pemahaman yang sudah ada, mengumpulkan lapisan yang lebih dalam, dan pindah topik. Hal ini ditandai dengan S3 yang kembali ke lapisan yang lebih dalam untuk menggunakan pengetahuan yang sudah ia pahami sebelumnya kemudian mengembangkannya sehingga mampu menyelesaikan masalah yang ia hadapi namun di tengah ia juga mengalami kebingungan sehingga mengingat dan merujuk grafik fungsi rasional lain. Hasil *folding back* yang S4 lakukan pada soal nomor 2 adalah *folding back* efektif.

Gambar 13 berikut ini menggambarkan bagaimana alur *folding back* yang dilalui untuk menyelesaikan soal nomor 1 dan 2.



Gambar 13. Lintasan *Folding Back* yang Dilalui S4

### Pembahasan

Berdasarkan hasil yang telah dipaparkan di atas, S1, S2, S3, dan S4 masing-masing melakukan *folding back* yang kembali ke lapisan *primitive knowing*, *image making*, dan *image having*. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh (Widyastuti & Hasanah, 2019) yang memperoleh hasil bahwa subjek juga melakukan *folding back* ke lapisan pemahaman tersebut untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Keempat subjek pertama-tama menggunakan pengetahuan mereka sebelumnya mengenai fungsi rasional pada lapisan pemahaman *primitive knowing* untuk menggambarkan grafik fungsi rasional. Hal ini sesuai dengan (Isran, 2018) yang mengatakan lapisan pemahaman *primitive knowing* merupakan lapisan mendasar untuk membentuk lapisan pemahaman berikutnya sehingga sering digunakan sebagai langkah awal. (Droujkova et al., 2005) dan (Warner & Schorr, 2004)



juga menyatakan bahwa level pemahaman *primitive knowing* berfungsi sebagai bahan untuk membangun pemahaman.

S1, S2, S3, dan S4 melakukan *folding back* ke lapisan *primitive knowing* untuk mengingat pengetahuan sebelumnya yang berkaitan dengan fungsi rasional yang terdiri dari pengertian atau definisi fungsi rasional sehingga bisa membuat gambaran untuk menggambarkan grafiknya. Hal ini menunjukkan bahwa subjek mempunyai kekurangan pengetahuan. Berdasarkan (Nopa et al., 2019), seseorang akan melakukan *folding back* ke *primitive knowing* karena kurangnya pengetahuan yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permasalahan. Selain ke lapisan *primitive knowing*, subjek juga melakukan *folding back* ke lapisan *image making* dan *image having*. Hal ini menunjukkan bahwa mereka masih kesulitan untuk menggambarkan grafik fungsi rasional secara langsung. Hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan (Jupri & Drijvers, 2016) yang menyatakan bahwa seseorang sering mengalami kesulitan dalam membuat grafik atau diagram yang mana dalam penelitiannya berhubungan dengan soal cerita. (Wright, 2014) menyatakan bahwa ketika seseorang mulai membangun pengetahuan mereka tentang suatu topik, bekerja dengan pengetahuan *primitive knowing* untuk merumuskan suatu gambaran yang dapat membantu mereka dalam mengerjakan aktivitas matematis maka ia berada pada lapisan *image making*

Keempat subjek melakukan *folding back* yang berbentuk bekerja pada lapisan yang lebih dengan menggunakan pemahaman yang sudah ada dan mengumpulkan lapisan yang lebih dalam pada nomor 1 dan 2. Namun keempatnya memiliki perbedaan pada *folding back* yang dilakukan pada nomor 2, dimana selain melakukan 2 bentuk *folding back*, S1 dan S2 juga melakukan *folding back* bentuk menyebabkan diskontinuitas, S3 melakukan bentuk pindah topik sedangkan S4 hanya melakukan dua bentuk *folding back*. Mereka bekerja pada lapisan yang lebih dalam dengan memperluas pemahaman yang sudah mereka dapatkan sebelumnya. Hal ini sesuai dengan Martin, (2008) yang menyatakan bahwa bentuk *folding back* bekerja pada lapisan yang lebih dalam ditandai dengan seseorang yang memperluas pemahaman sebelumnya dengan mengubah konstruksi awal tentang suatu konsep, atau melalui penarikan pemahaman baru. Mereka juga memahami pengetahuan atau konsep apa yang dibutuhkan untuk menggambarkan grafik fungsi rasional, hal ini menandakan bahwa mereka juga melakukan *folding back* bentuk mengumpulkan lapisan yang lebih dalam untuk menyelesaikan soal nomor 1 dan 2. Martin (2008) mengungkapkan bahwa ciri-ciri seseorang melakukan *folding back* bentuk mengumpulkan lapisan yang lebih dalam adalah seseorang mengetahui apa yang mereka butuhkan, apakah pemahamannya sudah mencukupi atau belum, dan apakah mereka perlu untuk mengingat kembali pengetahuan sebelumnya atau tidak. S1 dan S2 juga melakukan *folding back* bentuk menyebabkan diskontinuitas, karena apa yang mereka peroleh tidak berhubungan dan tidak bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan (Martin,



2008). S3 pada nomor 2 melakukan *folding back* bentuk pindah topik dimana ia merujuk grafik fungsi rasional yang tidak terdapat *hole*. Hal ini sesuai dengan pendapat Martin (2008) yang menyatakan bahwa seseorang melakukan pindah topik dengan cara bekerja pada perluasan topik yang terpisah dengan topik utama untuk bisa menyelesaikan masalah.

S1 dan S2 melakukan *folding back* yang diantara semua *folding back* yang dilakukan, terdapat *folding back* tidak efektif, yaitu pada nomor 2. Hal ini dikarenakan informasi yang didapatkan dari *folding back* tidak bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan. Hal ini sesuai dengan (Utami & Rosyidi, 2016) yang mengatakan bahwa *folding back* tidak efektif adalah *folding back* yang dilakukan seseorang, namun seseorang itu tidak dapat menggunakan pemahaman yang telah diperoleh. *Folding back* tidak selalu menghasilkan pemahaman yang bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan. Hal ini disampaikan oleh (Susiswo et al., 2019) yang menyatakan bahwa seseorang bisa melakukan *folding back* yang hasilnya tidak berguna untuk menyelesaikan permasalahan terkait.

## **KESIMPULAN DAN SARAN**

Mahasiswa melakukan *folding back* untuk menggambarkan grafik fungsi rasional. *Folding back* yang mahasiswa lakukan mayoritas adalah bekerja pada lapisan yang lebih dalam dan mengumpulkan lapisan yang lebih dalam. Mahasiswa kembali ke lapisan *primitive knowing* untuk menyelesaikan permasalahan terkait dengan menggunakan pengetahuan dan pemahaman yang sudah ia peroleh sebelumnya. Beberapa mahasiswa juga melakukan pindah topik dengan merujuk grafik fungsi rasional yang lain. Masih ditemukan *folding back* yang tidak efektif dalam menggambarkan fungsi rasional. Hal ini tentunya perlu untuk diminimalisir agar mahasiswa mampu menggambarkan grafik fungsi rasional dengan lebih efektif. Berdasarkan hal ini, dibutuhkan penelitian lebih lanjut terkait *folding back* tidak efektif yang dilakukan mahasiswa dalam menggambarkan grafik fungsi rasional sehingga mampu menghasilkan solusi untuk mengurangi ketidak efektifan tersebut. Dosen juga bisa mengembangkan media pembelajaran yang mampu meningkatkan pemahaman siswa berkaitan dengan grafik fungsi rasional supaya mahasiswa mampu merepresentasikan grafik fungsi rasional dengan tepat.

## **DAFTAR RUJUKAN**

- Droujkova, M. A., Berenson, S. B., Slaten, K., & Tombes, S. (2005). a Conceptual Framework for Studying Teacher Preparation: the Pirie-Kieren Model, Collective Understanding, and Metaphor. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 289–296.
- Gülkilika, H., Uğurlub, H. H., & Yürükc, N. (2015). Examining students' mathematical understanding of geometric transformations using the pirie-kieren model. *Kuram ve*

- Uygulamada Egitim Bilimleri*, 15(6), 1531–1548.  
<https://doi.org/10.12738/estp.2015.6.0056>
- Isran, D. (2018). Level Pemahaman Matematika Model Pirie Dan Kieren Pada Anak Usia Dini. *Al Fitrah: Journal Of Early Childhood Islamic Education*, 2(1), 263.  
<https://doi.org/10.29300/alfitrah.v2i1.1521>
- Jupri, A., & Drijvers, P. (2016). Student difficulties in mathematizing word problems in Algebra. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481–2502.  
<https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1299a>
- Manu, S. S. (2005). Growth of Mathematical Understanding in A Bilingual Context: Analysis and Implications. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 289–296.
- Martin, L. C. (2008). Folding back and the dynamical growth of mathematical understanding: Elaborating the Pirie–Kieren theory. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27(1), 64–85.
- Martin, L., LaCorix, L., & Fownes, L. (2005). Folding Back and The Growth of Mathematical Understanding in Workplace Training. *Mathematics Education Research Journal*, 1(1), 23.
- Miles, B. M., & Huberman, M. (1992). *Analisis Data Kualitatif Buku Sumber Tentang Metode-metode Baru*. UIP.
- Nopa, J. R., Suryadi, D., & Hasanah, A. (2019). The 9th grade students' mathematical understanding in problem solving based on Pirie-Kieren theory. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/4/042122>
- Parameswaran, R. (2010). Expert Mathematicians" Approach to Understanding Definitions. *The Mathematics Educator*, 20(1).
- Pirie, S. E. B., & Kieren, T. E. (1994). Beyond Metaphor: Formalising in Mathematical Understanding within Constructivist Environments. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 39–43.
- Pirie, S., & Kieren, T. O. M. (1989). A Recursive Theory of Mathematical Understanding. *For the Learning of Mathematics*, 9(3), 7–11.
- Şengül, S., Kaba, Y., & Argat, A. (2016). The analysis of understanding factorial concept processes of 7th grade students who have high academic achievements with pirie-kieren theory. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2016(DecemberSpecialIssue), 730–737. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.398>
- Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher*, 26(3), 9–15. <https://doi.org/10.5951/at.26.3.0009>
- Slaten, M. (2011). Effective Folding back via Student Research of the History of Mathematics. *Proceedings of the 13th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*.

- Susiswo. (2014). Folding Back Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Limit Berdasarkan Pengetahuan Konseptual Dan Pengetahuan Prosedural. *Prosiding Seminar Nasional TEQIP (Teachers Quality Improvement Program) Dengan Tema "Membangun Karakter Bangsa Melalui Pembelajaran Bermakna TEQIP*.
- Susiswo, Subanji, Chandra, T. D., Purwanto, & Sudirman. (2019). Folding back and pseudo-folding back of the student when solving the limit problem. *Journal of Physics: Conference Series*, 1227(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1227/1/012014>
- Utami, I. W., & Rosyidi, A. H. (2016). Profil Lapisan Pemahaman Property Noticing Siswa Pada Materi Logaritma Ditinjau Dari Perbedaan Jenis Kelamin. *MATHEdunesa*, 5(1).
- Warner, L., & Schorr, R. Y. (2004). From Primitive Knowing to Formalizing : The of Student to Student Questioning in the Development of Mathematical Understanding. *Proceeding of the Twenty Sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for Psochology of Mathematics Education: Building Connections between Communities*, 429–437.
- Widyastuti, W., & Hasanah, A. (2019). *The 10th Grade Students ' Folding Back Process in Solving Contextual Mathematical Problem*. 2(1), 1099–1112.
- Wright, V. (2014). Frequencies as proportions: Using a teaching model based on Pirie and Kieren's model of mathematical understanding. *Mathematics Education Research Journal*, 26(1), 101–128.