

## **Assesmen Pemecahan Masalah Fungsi Kuadrat Berdasarkan Taksonomi PCK**

**Ulfi Churidatul Andriani<sup>1\*</sup>, Esty Saraswati Nur Hartaningrum<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Tadris Matematika, Universitas Al-Qolam Malang, <sup>2</sup>Pendidikan Matematika, Universitas PGRI Jombang

e-mail: [ulfiachuridatul@alqolam.ac.id](mailto:ulfiachuridatul@alqolam.ac.id)<sup>1</sup>, [esty.saraswati@stkipjb.ac.id](mailto:esty.saraswati@stkipjb.ac.id)<sup>2</sup>

### **ABSTRAK**

Taksonomi PCK merupakan adaptasi dari pendekatan multidimensional SPUR. Pada taksonomi PCK P mewakili *procedural*, C mewakili *conceptual* dan K mewakili *knowledge*, sedangkan pendekatan multidimensional SPUR sendiri terdiri dari empat dimensi yaitu *skill*, *properties*, *uses*, dan *representation*. Dimensi *skills* meliputi prosedur-prosedur, dimensi *properties* meliputi penggunaan teori-teori dan prinsip-prinsip matematika, dimensi *uses* meliputi penerapan di dunia nyata, serta dimensi *representations* meliputi gambaran visual tentang konsep matematika. Adapun fokus dari artikel ini yaitu penyusunan assesmen pemecahan masalah melalui pendekatan multidimensional SPUR berdasarkan pelevelan pada taksonomi PCK. Mengingat penyusunan asesmen pada artikel ini belum memanfaatkan teknologi, maka diharapkan pada penelitian selanjutnya dapat mengkaji pengaruh pemanfaatan teknologi dalam penerapan pendekatan ini pada pembelajaran matematika.

**Kata Kunci:** Pemecahan Masalah, Taksonomi PCK, Pendekatan Multidimensional SPUR, Fungsi Kuadrat

### **ABSTRACT**

The PCK taxonomy is an adaptation of the SPUR multidimensional approach. In the PCK taxonomy, P represents *procedural*, C represents *conceptual*, and K represents *knowledge*, while the SPUR multidimensional approach itself consists of four dimensions, namely *skills*, *properties*, *uses*, and *representations*. The *skills* dimension includes procedures, the *properties* dimension includes the use of mathematical theories and principles, the *uses* dimension includes real-world applications, and the *representations* dimension includes visual depictions of mathematical concepts. The focus of this article is the preparation of problem-solving assessments through the SPUR multidimensional approach based on the leveling of the PCK taxonomy. Given that the preparation of the assessment in this article has not utilized technology, it is hoped that further research can examine the influence of technology utilization in the application of this approach to mathematics learning.

**Keywords:** Problem Solving, PCK Taxonomy, SPUR Multidimensional Approach, Quadratic Function.

## PENDAHULUAN

Matematika merupakan suatu konsep yang luas, dimana membahas pengukuran, sifat, dan hubungan besaran seperti yang dinyatakan dalam angka atau simbol, serta sering dikonseptualisasikan dalam bidang-bidang yang memuat pengetahuan bilangan dasar (kardinalitas, ordinalitas, counting words, pengetahuan angka Arab, dan estimasi bilangan), perhitungan bilangan bulat (perhitungan satu digit dan multidigit), pecahan, geometri, aljabar, dan pemecahan masalah (Penggeng dkk, 2016).

Pemecahan masalah menurut Lesh (1981) merupakan cara berpikir, beranalisis, dan bernalar dengan menggunakan pengalaman dan pengetahuan yang terkait dengan masalah tersebut. Menurut Liljedahl dkk (2016), pemecahan masalah matematika merupakan aspek penting dari matematika, pengajaran matematika, dan pembelajaran matematika. Pada pembelajaran matematika, pemecahan masalah memiliki peran penting dikarenakan melalui pemecahan masalah seseorang dapat berlatih dan mengintegrasikan konsep-konsep, teorema-teorema dan ketrampilan yang telah dipelajari sebelumnya. Pemecahan masalah matematika juga menjadi bagian dalam setiap konferensi ICME sejak tahun 1969 (Liljedahl dkk, 2016). Oleh sebab itu, kurikulum dunia termasuk Indonesia mengajarkan pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika di sekolah.

Kemampuan pemecahan masalah dapat diukur salah satunya melalui pendekatan multidimensional SPUR (*Skill, Properties, Uses, dan Representation*) dengan cara mengembangkan masalah matematika yang mengadaptasi model pengembangan Tessmer (Savitri dan Amin, 2018). Model pengembangan Tessmer terdiri dari dua tahap yaitu tahap evaluasi pendahuluan dan formatif. Menurut Riyadiyanto dan Hidayah (2015), pendekatan SPUR dapat mengukur tingkat pemahaman matematika siswa secara mendalam dikarenakan mampu merepresentasikan unsur-unsur yang terkandung dan terlibat dalam pemahaman matematika itu sendiri.

Pendekatan multidimensional SPUR terdiri dari empat dimensi yaitu dimensi *skills*, *properties*, *uses*, dan *representations*. Dimensi *skills* meliputi prosedur-prosedur, misalnya menggunakan satu atau beberapa algoritma, menciptakan algoritma baru, dan menggunakan teknologi untuk melakukan perhitungan matematika. Dimensi *properties* meliputi penggunaan teori-teori dan prinsip-prinsip matematika, dimana siswa mengidentifikasi atau menerapkan sifat-sifat matematika atau memberikan justifikasi matematika. Dimensi *uses* meliputi penerapan di dunia nyata, dimana siswa mengembangkan model untuk menggambarkan matematika. Dimensi *representations* meliputi gambaran visual tentang konsep matematika, misalnya berupa grafik, gambar bentuk geometri, atau plot statistik. Mengingat kemampuan pemecahan masalah dapat diukur melalui pendekatan multidimensional SPUR, namun lebih lanjut untuk mengidentifikasi kemampuan pemecahan tersebut dapat menggunakan

taksonomi PCK yang dikembangkan oleh Phuong (2019). PCK dikembangkan berdasarkan pengetahuan konseptual dan prosedural, serta mengadaptasi pendekatan multidimensional SPUR.

Savitri dan Amin (2018) berpendapat jika pendekatan SPUR dapat memberikan informasi yang bermanfaat bagi guru terkait kedalaman pemahaman siswa terhadap topik matematika tertentu. Menurut Thomson dan Kaur (2011), melalui pendekatan SPUR guru dapat memperoleh wawasan tentang kekuatan dan kelemahan pengetahuan siswa tentang konsep yang dapat digunakan untuk memandu perencanaan pembelajaran lebih lanjut. Di samping itu, Bleiler & Thompson (2013) menunjukkan bahwa jika siswa memiliki jaringan yang kaya dimana menghubungkan ide-ide tentang suatu konsep matematika, maka kapasitas siswa dalam memecahkan masalah dan keberhasilan siswa dalam situasi matematika baru dapat ditingkatkan. Siswa yang memiliki pemahaman matematika yang kuat harus memiliki pemahaman di setiap dimensi SPUR (Thomson dan Kaur, 2011).

Ada beberapa materi yang dapat digunakan dalam pendekatan SPUR untuk mengukur kemampuan pemecahan masalah siswa, salah satunya yaitu fungsi kuadrat. Materi fungsi kuadrat dapat digunakan dalam pendekatan SPUR dengan dimensi skills berupa menentukan nilai fungsi kuadrat, dimensi properties berupa menjelaskan sifat-sifat grafik fungsi kuadrat, dimensi uses berupa menentukan penyelesaian dari masalah matematika yang berkaitan dengan fungsi kuadrat, dan dimensi representations berupa menggambar grafik fungsi kuadrat.

Penilaian kemampuan pemecahan masalah dalam pendidikan matematika, khususnya yang berkaitan dengan fungsi kuadrat, merupakan area fokus penting yang dapat meningkatkan pemahaman dan penerapan konsep matematika siswa secara signifikan. PCK (*Procedural Conceptual Knowledge*) menekankan pentingnya memahami bagaimana siswa mempelajari konsep matematika tertentu dan metode pengajaran yang dapat memfasilitasi pembelajaran ini Hamlen (2017). PCK mengacu pada pengetahuan yang dimiliki guru yang menggabungkan pengetahuan konten dengan pengetahuan pedagogis, yang memungkinkan mereka untuk mengajar mata pelajaran tertentu secara efektif.

Pada bidang pendidikan matematika, khususnya yang berkaitan dengan fungsi kuadrat, memahami cara menilai kemampuan pemecahan masalah sangat penting untuk menumbuhkan keterampilan berpikir tingkat tinggi (HOTS) di kalangan siswa. Hal ini khususnya relevan karena kerangka kerja pendidikan semakin menekankan perlunya siswa untuk terlibat dalam tugas pemecahan masalah yang kompleks yang tidak hanya membutuhkan keterampilan kognitif tetapi juga sumber daya metakognitif dan afektif (Wüstenberg et al., 2012; Karyotaki & Drigas, 2016; Tachie, 2019).

Pengembangan instrumen penilaian yang valid dan andal sangat penting untuk mengukur kemampuan pemecahan masalah siswa secara akurat dalam matematika. Misalnya, pembuatan rubrik yang disesuaikan dengan proses pemecahan masalah tertentu dapat memberi pendidik alat praktis untuk mengevaluasi kinerja siswa secara efektif (Docktor et al., 2016; Rodenhausen & Moore, 2022). Rubrik-rubrik ini tidak hanya memfasilitasi penilaian pemahaman siswa terhadap fungsi kuadrat, tetapi juga membantu mengidentifikasi area-area yang mungkin memerlukan intervensi instruksional untuk meningkatkan hasil belajar siswa (Bueno, 2014; Graesser et al., 2017).

Taksonomi PCK dengan strategi penilaian pemecahan masalah menyajikan kerangka kerja yang komprehensif bagi para pendidik yang ingin meningkatkan praktik mengajar dan meningkatkan pembelajaran siswa dalam matematika. Pendekatan SPUR multidimensi ke dalam kerangka penilaian memberikan metode yang komprehensif untuk mengevaluasi kemampuan pemecahan masalah siswa. Model SPUR memungkinkan pendidik untuk menilai tidak hanya keterampilan yang dibutuhkan untuk memecahkan fungsi kuadrat tetapi juga properti yang mendasari fungsi-fungsi ini, aplikasi praktisnya, dan berbagai representasi yang dapat digunakan untuk meningkatkan pemahaman (Amaral et al., 2013; Azad & Hossain, 2018). Perspektif multidimensi ini sejalan dengan praktik pendidikan kontemporer yang memprioritaskan pengembangan keterampilan berpikir kritis dan pemecahan masalah di kalangan siswa, yang sangat penting untuk keberhasilan di abad ke-21 (Ning et al., 2019).

Penelitian menunjukkan bahwa penilaian efektif yang didasarkan pada kerangka kerja SPUR dapat menghasilkan hasil belajar siswa yang lebih baik. Misalnya, penelitian telah menunjukkan bahwa ketika penilaian dirancang untuk mengevaluasi empat dimensi SPUR, siswa menunjukkan pemahaman yang lebih mendalam tentang konsep matematika dan peningkatan kemampuan pemecahan masalah (Han & Li, 2011). Penelitian telah menunjukkan bahwa penilaian yang dirancang untuk mengevaluasi keterampilan pemecahan masalah yang kompleks dapat secara signifikan meningkatkan hasil belajar siswa jika diselaraskan dengan strategi pedagogis yang mendorong pembelajaran yang diatur sendiri dan kesadaran metakognitif (Baars et al., 2017; Greiff et al., 2014). Lebih jauh lagi, integrasi teknologi, seperti perangkat lunak geometri dinamis, dapat memfasilitasi eksplorasi fungsi kuadrat, yang memungkinkan siswa untuk memvisualisasikan dan memanipulasi konsep matematika, sehingga meningkatkan keterampilan pemecahan masalah mereka (Nguyen et al., 2021).

Penilaian kemampuan pemecahan masalah dalam fungsi kuadrat, berdasarkan taksonomi PCK dan pendekatan SPUR, merupakan kerangka kerja holistik yang dapat meningkatkan pendidikan matematika secara signifikan. Dengan berfokus pada interaksi antara keterampilan, properti, penggunaan, dan representasi, pendidik dapat membuat

penilaian yang lebih efektif yang tidak hanya mengukur pemahaman siswa tetapi juga mendorong keterlibatan yang lebih dalam dengan konsep matematika.

## **METODE**

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode tinjauan literatur dan studi kasus. Tinjauan literatur dilakukan untuk mengkaji berbagai penelitian terdahulu terkait pendekatan multidimensional SPUR (*Skills, Properties, Uses, and Representations*) dan taksonomi PCK (*Procedural Conceptual Knowledge*) yang digunakan dalam asesmen kemampuan pemecahan masalah matematika. Data diperoleh dari sumber-sumber tertulis, seperti artikel ilmiah, jurnal, dan buku teks yang relevan dengan topik penelitian ini. Selain itu, penelitian ini juga memanfaatkan studi kasus berupa penerapan asesmen pemecahan masalah pada materi fungsi kuadrat. Prosedur penelitian dimulai dengan pemilihan materi fungsi kuadrat yang sesuai untuk diases melalui taksonomi PCK dan pendekatan SPUR. Instrumen asesmen yang dikembangkan mencakup soal-soal yang mengukur kemampuan siswa pada setiap dimensi SPUR, yaitu keterampilan prosedural (*skills*), pemahaman konsep (*properties*), penerapan konsep dalam kehidupan nyata (*uses*), dan representasi visual (*representations*).

Pengumpulan data dilakukan melalui pengamatan terhadap proses penyelesaian masalah siswa dan analisis hasil asesmen. Analisis data menggunakan pendekatan analisis konten untuk mengidentifikasi pola-pola pemecahan masalah dan tingkat pemahaman siswa sesuai dengan level dalam taksonomi PCK. Hasil analisis diharapkan memberikan gambaran mengenai efektivitas pendekatan multidimensional SPUR dalam mengidentifikasi kekuatan dan kelemahan siswa dalam pemecahan masalah fungsi kuadrat.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

### **Asesmen Melalui Pendekatan Multidimensional SPUR**

Salah satu pendekatan perspektif multidimensional dalam pemahaman dikenal dengan singkatan SPUR (*Skills, Properties, Uses, and Representations*). Menurut Thompson dan Senk (2008),

*Skills* mewakili prosedur yang harus dikuasai siswa dengan lancar, mulai dari penerapan algoritma standar hingga pemilihan dan perbandingan algoritma hingga penemuan atau penemuan algoritma, termasuk prosedur dengan teknologi. *Properties* adalah prinsip yang mendasari matematika, mulai dari penamaan properti yang digunakan untuk membenarkan kesimpulan hingga derivasi dan pembuktian. *Using* adalah penerapan konsep ke dunia nyata atau ke konsep lain dalam matematika dan berkisar dari "masalah kata" rutin hingga pengembangan dan penggunaan model

matematika. *Representations* adalah grafik, gambar, dan penggambaran konsep visual lainnya, termasuk representasi standar konsep dan hubungan dengan penemuan cara baru untuk merepresentasikan konsep.

Berdasarkan pengertian setiap dimensi SPUR di atas, menunjukkan bahwa siswa yang memiliki pemahaman matematika yang baik seharusnya memiliki pemahaman pada setiap dimensi (Thomson dan Kaur, 2011). Jika asesmen yang dilakukan secara konsisten hanya mengukur pencapaian siswa pada satu dimensi, maka guru mungkin memiliki pandangan yang kurang tepat tentang pemahaman siswa. Guru perlu melakukan penilaian yang dapat mengukur pemahaman pada keempat dimensi, sehingga mereka dapat mengeksplorasi kelemahan dan kelebihan pengetahuan siswa pada konsep terkait yang digunakan untuk memandu perencanaan pembelajaran lebih lanjut.

Pendekatan multidimensional SPUR yang digunakan untuk mengukur pengetahuan matematika siswa menurut Desfitri (2019) terdiri atas: Keterampilan (keterampilan mewakili prosedur yang harus dikuasai siswa dengan baik dimana siswa memulai dari penerapan algoritma standar hingga penemuan algoritma, termasuk prosedur dengan teknologi), Sifat-sifat (sifat-sifat yang dimaksud dalam hal ini yaitu prinsip yang mendasari matematika, dimana siswa memulai dari penamaan properti yang digunakan untuk membenarkan kesimpulan untuk derivasi dan bukti), Penerapan (penerapan dalam hal ini yaitu pengaplikasian konsep matematika ke dunia nyata). Mengingat salah satu dimensi SPUR adalah *uses* dimana menerapkan konsep matematika ke dunia nyata, maka salah satu penerapannya dapat melalui kegiatan pemecahan masalah.

### **Pemecahan Masalah**

Menurut Hudojo (2003), pemecahan sederhana merupakan proses penerimaan masalah sebagai tantangan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Disamping itu, Lesh (1981) berpendapat bahwa pemecahan masalah merupakan cara berpikir, beranalisis, dan bernalar dengan menggunakan pengalaman dan pengetahuan yang terkait dengan masalah tersebut. Menurut Sujiati (2011) pemecahan masalah mempunyai fungsi yang penting di dalam kegiatan belajar-mengajar matematika, sebab melalui penyelesaian masalah siswa dapat berlatih dan mengintegrasikan konsep-konsep, teorema-teorema dan ketrampilan yang telah dipelajari. Kegiatan pemecahan masalah penting bagi para siswa untuk berlatih memproses data atau informasi. Jadi, dalam kegiatan pembelajaran hendaknya guru lebih sering menyajikan masalah-masalah dan memberi kesempatan kepada siswa untuk berlatih menyelesaikannya, serta menyediakan bantuan sesuai dengan yang diperlukan siswanya. Disamping itu, NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) juga menegaskan bahwa kemampuan pemecahan masalah sebagai salah satu aspek penting dalam menjadikan siswa menjadi literat

dalam matematika (Romberg, 1994). Mengingat kemampuan pemecahan masalah merupakan aspek penting, maka siswa harusnya memiliki kemampuan tersebut. Kemampuan tersebut dapat dimiliki jika siswa mampu melakukan proses berpikir dalam mengorganisasikan strategi dalam memecahkan masalah (Fauziah, 2010).

Menurut Liljedahl dkk (2016), pemecahan masalah matematika merupakan aspek penting dari matematika, pengajaran matematika, dan pembelajaran matematika. Pada pembelajaran matematika, pemecahan masalah memiliki peran penting dikarenakan melalui pemecahan masalah seseorang dapat berlatih dan mengintegrasikan konsep-konsep, teorema-teorema dan ketrampilan yang telah dipelajari sebelumnya. Pemecahan masalah matematika juga menjadi bagian dalam setiap konferensi ICME sejak tahun 1969 (Liljedahl dkk, 2016). Oleh sebab itu, kurikulum dunia termasuk Indonesia mengajarkan pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika di sekolah. Adapun salah satu cara untuk mengembangkan kemampuan siswa dalam pemecahan masalah adalah melalui penyediaan pengalaman pemecahan masalah yang memerlukan strategi berbeda-beda dari satu masalah ke masalah lainnya (Herman, 2007). Adapun salah satu cara untuk mengidentifikasi kemampuan pemecahan masalah yaitu dapat menggunakan taksonomi PCK.

### **Taksonomi PCK**

Kemampuan pemecahan masalah siswa dapat diidentifikasi berdasarkan taksonomi PCK yang dikembangkan oleh Phuong (2019). PCK dikembangkan berdasarkan pengetahuan konseptual dan prosedural, serta mengadaptasi pendekatan multidimensional SPUR. Mengingat asesmen SPUR dapat membantu guru dalam memahami sejauh mana siswa mampu menguasai keterampilan prosedural dan konsep matematika, maka dalam hal ini keterampilan dapat merujuk pada kemampuan siswa dalam melakukan prosedur matematika tertentu, sedangkan konsep dapat merujuk pada pemahaman siswa tentang konsep matematika secara keseluruhan. Taksonomi PCK (*Prosecural, Conceptual, Knowledge*) menurut Phuong (2019) terdiri dari lima level yaitu:

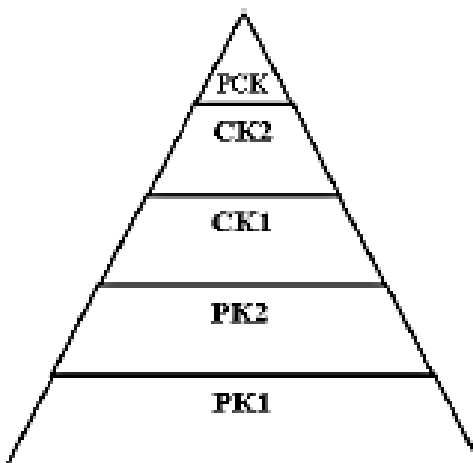
***Level 1: Prosedur Familiar (PK1)***

***Level 2: Prosedur Kompleks (PK2)***

***Level 3: Pemahaman Konseptual (CK1)***

***Level 4: Penerapan Konseptual (CK2)***

***Level 5: Pengetahuan Prosedural Dan Konseptual (PCK)***



Gambar 1. Level Taksonomi PCK

Adapun konten dari masing-masing level taksonomi PCK dijelaskan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Konten dari taksonomi PCK

Kategori	Kemampuan Siswa
prosedur familiar (PK1)	melakukan perhitungan sederhana; menerapkan rumus, prosedur, dan algoritma yang sudah dikenal.
prosedur kompleks (PK2)	melakukan perhitungan kompleks, pemikiran tingkat tinggi; menghubungkan representasi-representasi yang berbeda dari konsep yang dipertimbangkan dalam menyelesaikan tugas.
pemahaman konseptual (CK1)	mengenali dan menjelaskan konsep dasar; mengenali hubungan antara konsep yang dipertimbangkan dengan konsep-konsep lainnya.
penerapan konseptual (CK2)	menerapkan konsep yang dipertimbangkan dalam menyelesaikan masalah; menerapkan konsep yang dipertimbangkan pada situasi nyata atau pada konsep-konsep lainnya.
pengetahuan prosedural dan konseptual (PCK)	menggunakan pengetahuan konseptual dalam menyelesaikan masalah; menemukan situasi baru di mana siswa perlu mengintegrasikan pengetahuan prosedural dan konseptual untuk menyelesaikan masalah

Sedangkan deskripsi setiap kategori taksonomi PCK pada empat dimensi SPUR adalah sebagai berikut:

**Dimensi Skill**

1. Level 1 (PK1): melakukan perhitungan sederhana; menerapkan rumus, prosedur, dan algoritma yang sudah dikenal.
2. Level 2 (PK2): melakukan perhitungan kompleks, pemikiran tingkat tinggi; menghubungkan representasi-representasi yang berbeda dari konsep yang dipertimbangkan dalam menyelesaikan tugas



3. Level 3 (CK1): mengenali dan menjelaskan konsep dasar; mengenali hubungan antara konsep yang dipertimbangkan dengan konsep-konsep lainnya.
4. Level 4 (CK2): menerapkan konsep yang dipertimbangkan dalam menyelesaikan masalah; menerapkan konsep yang dipertimbangkan pada situasi nyata atau pada konsep-konsep lainnya.
5. Level 5 (PCK): menggunakan pengetahuan konseptual dalam menyelesaikan masalah; menemukan situasi baru di mana siswa perlu mengintegrasikan pengetahuan prosedural dan konseptual untuk menyelesaikan masalah.

### ***Dimensi Properties***

1. Level 1 (PK1): Mengenal properti dan prinsip matematika yang digunakan dalam perhitungan sederhana, dalam menerapkan rumus, prosedur, dan algoritma yang sudah dikenal.
2. Level 2 (PK2): Mengenali properti dan prinsip matematika yang digunakan dalam perhitungan kompleks, dalam pemikiran tingkat tinggi; menemukan hubungan antara representasi-representasi yang berbeda dari konsep yang dipertimbangkan melalui properti dari masing-masing representasi dari konsep
3. Level 3 (CK1): Mengenali konsep dasar yang digunakan dalam tugas, hubungan dari konsep yang dipertimbangkan dengan konsep-konsep lain berdasarkan propertinya.
4. Level 4 (CK2): Menerapkan properti dari konsep yang dipertimbangkan untuk menyelesaikan masalah; menerapkan konsep pada situasi nyata, atau pada konsep lain dengan properti yang serupa
5. Level 5 (PCK): Mengintegrasikan properti konsep ke prinsip, prosedur, dan algoritma terkait untuk menyelesaikan masalah; menemukan situasi baru berdasarkan properti konsep, mengintegrasikan properti ini dengan prosedur dan algoritma yang sesuai untuk memecahkannya.

### ***Dimensi Uses***

1. Level 1 (PK1): Melakukan prosedur atau algoritma yang sudah dikenal untuk menyelesaikan model matematika yang diperoleh melalui proses matematisasi; menerapkan prosedur atau algoritma yang sudah dikenal untuk menyelesaikan masalah lain
2. Level 2 (PK2): Menggunakan alasan untuk menyelesaikan model matematika yang diperoleh dengan mematematisasi situasi nyata; menerapkan perhitungan kompleks dan pemikiran tingkat tinggi untuk menyelesaikan masalah lain.

3. Level 3 (CK1): Menentukan konsep dasar yang digunakan dalam situasi nyata atau dalam proses menyelesaikan masalah.
4. Level 4 (CK2): Menerapkan konsep yang dipertimbangkan pada situasi nyata atau pada konsep-konsep lain.
5. Level 5 (PCK): Mengintegrasikan pengetahuan prosedural dan konseptual untuk menyelesaikan masalah (realistis); menemukan masalah baru (realistis) di mana siswa perlu mengintegrasikan pengetahuan prosedural dan konseptual untuk menyelesaikannya.

### ***Dimensi Representation***

1. Level 1 (PK1): Melakukan perhitungan yang familiar dalam representasi standar dari konsep yang dipertimbangkan.
2. Level 2 (PK2): Menemukan prinsip dan algoritma baru untuk menyelesaikan masalah berdasarkan informasi yang direpresentasikan dari konsep yang dipertimbangkan.
3. Level 3 (CK1): Merepresentasikan konsep dalam bentuk baku.
4. Level 4 (CK2): Menemukan representasi baru dari konsep-konsep tersebut
5. Level 5 (PCK): Mengintegrasikan prosedur pada informasi yang direpresentasikan dan pengetahuan konseptual untuk menjelaskan informasi yang direpresentasikan, menyimpulkan, dan menyelesaikan masalah

Berdasarkan deskripsi di atas, maka untuk dapat mengidentifikasi kemampuan pemecahan masalah siswa, maka kita menggunakan level PCK pada setiap dimensi SPUR.

### **Fungsi Kuadrat**

Fungsi kuadrat menurut Sullivan (2020) merupakan suatu fungsi yang memiliki bentuk umum:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (1)$$

dimana  $a, b,$  dan  $c$  merupakan bilangan real serta  $a \neq 0$ . Domain dari fungsi kuadrat adalah himpunan semua bilangan real. Adapun sifat-sifat dari fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  menurut Sullivan (2020) yaitu:

- a. Titik puncak =  $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$
- b. Sumbu simetri: sebuah garis vertikal  $x = -\frac{b}{2a}$
- c. Parabola cekung ke atas (terbuka ke atas) apabila  $a > 0$ , dimana titik puncaknya merupakan titik minimum.

- d. Parabola cekung ke bawah (terbuka ke bawah) apabila  $a < 0$ , dimana titik puncaknya merupakan titik maksimum.

Sedangkan untuk menggambar grafik fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  dapat dilakukan dengan menentukan titik potong terhadap sumbu  $y$ , titik potong terhadap sumbu  $x$ , sumbu simetri, dan titik puncak (Sullivan, 2020). Titik potong terhadap sumbu  $x$  dapat ditentukan melalui nilai diskriminan berikut:

- Jika diskriminan  $b^2 - 4ac > 0$ , maka grafik  $f(x) = ax^2 + bx + c$  memiliki dua nilai  $x$  yang berbeda sehingga memotong sumbu  $x$  di dua tempat.
- Jika diskriminan  $b^2 - 4ac = 0$ , maka grafik  $f(x) = ax^2 + bx + c$  memiliki satu nilai  $x$  yang memotong dan menyinggung sumbu  $x$  yang juga merupakan titik puncak grafik.
- Jika diskriminan  $b^2 - 4ac < 0$ , maka grafik  $f(x) = ax^2 + bx + c$  tidak memiliki perpotongan dengan sumbu  $x$  sehingga grafik tidak berpotongan maupun menyinggung sumbu  $x$ .

### **Taksonomi PCK Melalui Pendekatan Multidimensional SPUR Pada Materi Fungsi Kuadrat**

Materi fungsi kuadrat dapat digunakan pada taksonomi PCK (*Prosecural, Conceptual, Knowledge*) yang diadaptasi dari pendekatan multidimensional SPUR dengan dimensi *skills* berupa menentukan nilai fungsi kuadrat, dimensi *properties* berupa menjelaskan sifat-sifat grafik fungsi kuadrat, dimensi *uses* berupa menentukan penyelesaian dari masalah matematika yang berkaitan dengan fungsi kuadrat, dan dimensi *representations* berupa menggambar grafik fungsi kuadrat. Adapun asesmen pemecahan masalah berdasarkan taksonomi PCK melalui pendekatan multidimensional SPUR yang diterapkan pada materi fungsi kuadrat, yaitu sebagai berikut:

#### ***PCK pada Dimensi Skills***

Sebuah pabrik pasta gigi memproduksi pasta gigi herbal dengan total pengeluaran  $P = -3x^2 + 300x + 30$  dimana  $P$  menyatakan total pengeluaran dalam puluhan ribu rupiah dan  $x$  menyatakan banyak pasta gigi yang diproduksi. Tentukan apakah pabrik pasta gigi tersebut memiliki pengeluaran maksimum atau minimum? jelaskan.

Soal pada dimensi *skills* di atas mengarahkan siswa agar mampu menentukan nilai maksimum/minimum suatu fungsi kuadrat. Untuk menentukan apakah fungsi kuadrat tersebut memiliki nilai maksimum atau nilai minimum, siswa harus mampu menentukan sifat keterbukaan pada grafik fungsi kuadrat terlebih dahulu. Selanjutnya siswa harus mampu cara menentukan diskriminan dari fungsi kuadrat. Disamping menentukan nilai diskriminan yang

nantinya dapat digunakan untuk menentukan nilai maksimum/minimum, siswa juga dapat menentukannya dengan menggambar grafik fungsi kuadrat.

### ***PCK pada dimensi Properties***

Sebuah pabrik pasta gigi memproduksi pasta gigi herbal dengan total pengeluaran  $P = -3x^2 + 300x + 30$  dimana  $P$  menyatakan total pengeluaran dalam puluhan ribu rupiah dan  $x$  menyatakan banyak pasta gigi yang diproduksi. Apakah fungsi kuadrat  $P$  terbuka ke bawah dan memotong sumbu  $x$  di dua titik yang berbeda ketika digambarkan pada sebuah diagram kartesius? Mengapa? Jelaskan alasan Anda tanpa harus menggambar grafik pada diagram kartesius.

Soal pada dimensi *properties* di atas mengarahkan siswa untuk menjelaskan sifat-sifat dari grafik fungsi kuadrat berkaitan dengan keterbukaan dan perpotongan terhadap sumbu  $x$ . Siswa dalam menentukan keterbukaan grafik fungsi kuadrat dapat dengan memperhatikan nilai  $a$  maupun Sedangkan untuk menentukan perpotongan dengan sumbu  $x$  siswa dapat menentukan nilai diskriminan.

### ***PCK pada dimensi Using***

Sebuah pabrik pasta gigi memproduksi pasta gigi herbal dengan total pengeluaran  $P = -3x^2 + 300x + 30$  dimana  $P$  menyatakan total pengeluaran dalam puluhan ribu rupiah dan  $x$  menyatakan banyak pasta gigi yang diproduksi. Tentukan berapa pengeluaran maksimum/minimum pabrik tersebut.

Soal pada dimensi *using* di atas mengarahkan siswa untuk dapat menentukan penyelesaian dari masalah matematika yang diberikan. Untuk dapat menentukan penyelesaiannya, selain siswa harus mampu memahami konsep dari fungsi kuadrat, siswa juga harus memiliki strategi dalam memecahkan masalah. Umumnya banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam menulis masalah dunia nyata yang realistis (Thomson dan Kaur, 2011)

### ***PCK pada dimensi Representations***

Sebuah pabrik pasta gigi memproduksi pasta gigi herbal dengan total pengeluaran  $P = -3x^2 + 300x + 30$  dimana  $P$  menyatakan total pengeluaran dalam puluhan ribu rupiah dan  $x$  menyatakan banyak pasta gigi yang diproduksi. Gambarlah grafik fungsi kuadrat  $P$  pada koordinat kartesius.

Soal pada dimensi *representations* di atas mengarahkan siswa untuk dapat menggambar grafik fungsi kuadrat. Siswa dalam menggambar grafik fungsi kuadrat dapat dilakukan dengan menentukan titik potong terhadap sumbu  $y$ , titik potong terhadap sumbu  $x$ , sumbu simetri, dan titik puncak, maupun dengan memanfaatkan tabel nilai fungsi berdasarkan nilai  $x$  yang disubstitusikan.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika memiliki peran penting dikarenakan melalui pemecahan masalah seseorang dapat berlatih dan mengintegrasikan konsep-konsep, teorema-teorema dan ketrampilan yang telah dipelajari sebelumnya. Kemampuan pemecahan masalah seseorang dapat diidentifikasi melalui taksonomi PCK dimana mengadaptasi dari pendekatan multidimensional SPUR. Pendekatan SPUR terdiri atas empat dimensi yaitu skill, properties, uses, dan representation, sedangkan taksonomi PCK terdiri atas procedural, conceptual, dan knowledge.

Mengingat pendekatan SPUR dapat mengukur tingkat pemahaman siswa, maka melalui pendekatan SPUR guru dapat memperoleh wawasan tentang kekuatan dan kelemahan pengetahuan siswa tentang konsep matematika sehingga dapat digunakan untuk memandu perencanaan pembelajaran lebih lanjut. Adapun masalah yang dapat digunakan pada taksonomi PCK melalui pendekatan multidimensional SPUR salah satunya yaitu materi fungsi kuadrat. Materi fungsi kuadrat dalam pendekatan multidimensional SPUR dimana dimensi skills berupa menentukan nilai fungsi kuadrat, dimensi properties berupa menjelaskan sifat-sifat grafik fungsi kuadrat, dimensi uses berupa menentukan penyelesaian dari masalah matematika yang berkaitan dengan fungsi kuadrat, dan dimensi representations berupa menggambar grafik fungsi kuadrat.

## DAFTAR RUJUKAN

- Amaral, P., Bomze, I., & Júdice, J. (2013). Copositivity and constrained fractional quadratic problems. *Mathematical Programming*, 146(1-2), 325-350. <https://doi.org/10.1007/s10107-013-0690-8>
- Azad, A. and Hossain, M. (2018). An innovative algorithmic approach for solving profit maximization problems. *Mathematics Letters*, 4(1), 1. <https://doi.org/10.11648/j.ml.20180401.11>
- Baars, M., Wijnia, L., & Paas, F. (2017). The association between motivation, affect, and self-regulated learning when solving problems. *Frontiers in Psychology*, 8. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01346>
- Bueno, P. (2014). Assessment of achievement in problem-solving skills in a general chemistry course. *Journal of Technology and Science Education*, 4(4). <https://doi.org/10.3926/jotse.100>

- Bleiler, S. K., & Thompson, D. R. 2013. Multidimensional Assessment of CCSSM. *Teaching Children Mathematics*, 19, 292-301.
- Desfitri, R., & Vermana, L. 2019. Identifying teachers' approach in assesing students' understanding on derivative: SPUR perspective. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4).
- Docktor, J., Dornfeld, J., Frodermann, E., Heller, K., Hsu, L., Jackson, K., ... & Yang, J. (2016). Assessing student written problem solutions: a problem-solving rubric with application to introductory physics. *Physical Review Physics Education Research*, 12(1). <https://doi.org/10.1103/physrevphyseducres.12.010130>
- Fauziah, A. 2010. Peningkatan Kemampuan Pemahaman dan Pemecahan Masalah Matematik Siswa SMP Melalui Strategi React. *Jurnal Forum Kependidikan*, 30 (1)
- Graesser, A., Kuo, B., & Liao, C. (2017). Complex problem solving in assessments of collaborative problem solving. *Journal of Intelligence*, 5(2), 10. <https://doi.org/10.3390/jintelligence5020010>
- Greiff, S., Kretschmar, A., Müller, J., Spinath, B., & Martin, R. (2014). The computer-based assessment of complex problem solving and how it is influenced by students' information and communication technology literacy.. *Journal of Educational Psychology*, 106(3), 666-680. <https://doi.org/10.1037/a0035426>
- Gordić, S., Nikolic, M., & Orlić, S. (2020). Analysis of math textbooks by spur approach. *Norma*, 25(2), 253-265. <https://doi.org/10.5937/norma2002253g>
- Görgüt, R. and Ddde, Y. (2020). Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarının değerlendirilmesine yönelik görüşleri: spur yaklaşımı. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen Ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 14(2), 1474-1503. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.700662>
- Hamlen, K. (2017). General problem-solving styles and problem-solving approaches in video games. *Journal of Educational Computing Research*, 56(4), 467-484. <https://doi.org/10.1177/0735633117729221>
- Han, Z. and Li, S. (2011). A new approach for solving optimal nonlinear control problems using decriminalization and rationalized haar functions. *Advanced Engineering Forum*, 1, 387-394. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/aef.1.387>
- Herman, T. 2007. Pembelajaran Matematika Berbasis Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP. *Jurnal Educationist*, I(1)
- Hudojo, H. 2003. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: Universitas Negeri Malang
- Karyotaki, M. and Drigas, A. (2016). Latest trends in problem solving assessment. *International Journal of Recent Contributions From Engineering Science & It (Ijes)*, 4(2), 4. <https://doi.org/10.3991/ijes.v4i2.5800>
- Lesh, R. 1981. Applied Mathematical Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 12 (2), hal. 235-265. New York: Springer Publications.
- Liljedahl, dkk. 2016. *Problem Solving in Mathematics Education*. Springer: Germany
- Nguyen, M., My, N., Vinh, L., & Binh, V. (2021). Optimal weight design problem of spur gears. *Science & Technology Development Journal - Engineering and Technology*, 4(1), first. <https://doi.org/10.32508/stdjet.v4i1.792>
- Ning, J., Li, G., & Li, S. (2019). Numerical simulation of the influence of spur dikes spacing on local scour and flow. *Applied Sciences*, 9(11), 2306. <https://doi.org/10.3390/app9112306>

- Pengpeng, dkk. 2016. A Meta-Analysis of Mathematics and Working Memory: Moderating Effects of Working Memory Domain, Type of Mathematics Skill, and Sample Characteristics. *Journal of Educational Psychology*, 108 (4), hal 455–473
- Phuong, H.T.M. 2019. On the Procedural-Conceptual Based Taxonomy and Its Adaptation to the Multi-Dimensional Approach SPUR to Assess Students' Understanding Mathematics. *American Journal of Educational Research*, 7(3)
- Riyadiyanto, B.B., & Hidayah, Z.I. 2015. Analisis Pemahaman Matematika Siswa SMP dengan Pendekatan Multidimensi SPUR (Skills, Properties, Uses, dan Representations). *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, 4(1)
- Rodenhause, K. and Moore, J. (2022). Reliability and validity of an introductory physics problem-solving grading rubric., 389-394. <https://doi.org/10.1119/perc.2022.pr.rodenhause>
- Savitri, A., & Amin, S.M. 2018. Development Of Mathematics Problems Using Spur (Skills, Properties, Uses, And Representations) Multidimensional Approach For Students In The 8th Grade. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 1(7)
- Sujiati, A. 2011. *Proses Berpikir Siswa dalam Pemecahan Masalah dengan Scaffolding*. Tesis tidak dipublikasikan. Malang: PPs UM
- Sullivan, M. 2020. *Algebra and Trigonometry*. USA: Pearson Education
- Tachie, S. (2019). Meta-cognitive skills and strategies application: how this helps learners in mathematics problem-solving. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 15(5). <https://doi.org/10.29333/ejmste/105364>
- Thompson, D. R., & Senk, S. L. (2008, July). *A multi-dimensional approach to understanding in mathematics textbooks developed by UCSMP*. Paper presented in Discussion Group 17 of the International Congress on Mathematics Education. Monterrey, Mexico.
- Thomson, D.R & Kaur. 2011. Using a Multi-Dimensional Approach to Understanding to Assess Students' Mathematical Knowledge. *Assessment In The Mathematics Classroom Yearbook 2011*. Singapore: National Institute of Education
- Wüstenberg, S., Greiff, S., & Funke, J. (2012). Complex problem solving — more than reasoning?. *Intelligence*, 40(1), 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2011.11.003>